

板部材の局部強度算式の開発

岡田 哲男*

1. はじめに

板部材は防撓パネルから構成される船体構造における最も重要な構成要素の一つである。板部材は水圧や貨物などからの面外圧力により曲げを受けるとともに、防撓材、主要支持部材や船体桁を構成する部材として面内応力も作用し、その大きさは特に船体桁の曲げ・せん断に対して顕著である。板部材の設計にあたっては面外圧力に対する曲げや面内荷重に対する座屈・降伏など様々な損傷モードの評価が必要となるが、特に面外圧力による曲げに対する局部強度算式は基本設計の最初の段階で初期板厚を決めるためにも極めて重要である¹⁾。

板部材の面外荷重に対する強度については、塑性設計や剛塑性機構解析などに基づく確立された理論がある^{2) 3)}。それらの理論に基づき、船級協会規則では簡便な板厚寸法算式が規定されている。一般財団法人日本海事協会の旧規則では、帯板の3点塑性関節生成に対して経験的に与えられた安全率をベースとして⁴⁾、面内応力が同時に作用するときの全塑性モーメントの低下を横式構造の場合ミーゼスの降伏条件、縦式構造の場合トレスカの降伏条件を用いて考慮している⁵⁾。CSRも同様に3点塑性関節生成をベースとし、面内応力も同時に作用させた弾塑性FEMにより設定した許容曲げ応力係数を用いた修正を行っている⁶⁾。これらの寸法算式は長年の適用実績により十分な安全性が確認されているが、より複雑な構造挙動や荷重の組合せに対して、理論式の裏付けがあり損傷との対応がより明確な寸法算式に見直していくことが課題であった。本稿ではその見直しのために実施した以下の事項について概要を紹介する^{7) 8) 9)}。

- 寸法算式の基礎となるベースの理論として、曲げと面内応力の重畳による全塑性モーメントの低下を横式構造、縦式構造を一貫してミーゼスの降伏条件で表し、さらに面内応力に伴って発生する付加的な面外荷重（板曲げの曲率に比例する項）も考慮した2点・3点塑性関節生成荷重を求めて検討のベースとした。
- 弾塑性FEMによりある特定の残留たわみを生

じる面外圧力に対する面内応力影響を精査、理論式による結果と比較し、横式・縦式構造の板部材に対する合理的な面内応力影響係数を提案した。

- 従来の船級協会規則ではアスペクト比（長辺と短辺の長さの比）の影響は面内応力影響とは独立に考慮されている。ところが横式構造と縦式構造で面内応力影響係数を区別している場合、アスペクト比が1より大きい小さいかで不連続が生じ、実際の現象を反映できていない。そこで、アスペクト比が小さいときに面内応力係数を縦式と横式の間で補間する算式を提案した。

2. 面内応力の影響を考慮した板曲げ強度の理論算式

2.1 全塑性モーメントへの面内応力影響

2.1.1 横式構造

第2章、第3章では板のアスペクト比が非常に大きい場合を考え、板の曲げを帯板の曲げとして扱う。まず横式構造として図1のように板の長辺に垂直な方向の面内応力を受ける場合を考え、防撓材間をスパンとするハッチングで示した帯板の部分の曲げ挙動を検討対象とする。

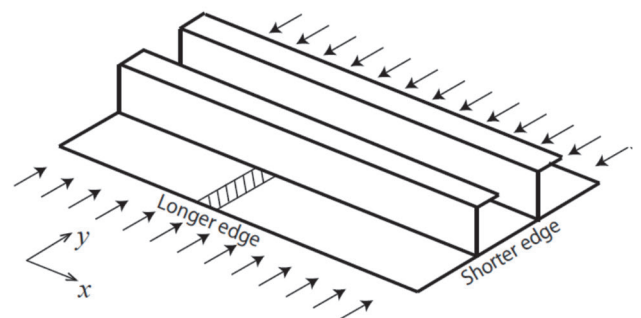


図1 板曲げのモデル（横式構造）

この場合、曲げ応力と面内応力が同じ方向に作用することから、全塑性モーメント M_p は面内応力が無い場合と比べて式(1)に従って低下する。旧NK規則はこの式に基づいて面内応力影響を考慮している⁵⁾。

* 横浜国立大学大学院工学研究院

$$M_P = \frac{\alpha \sigma_Y t^2}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_Y} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

t : 板厚

σ_y : y 方向に作用している面内応力

σ_Y : 材料の規格降伏応力

α : y 方向垂直応力に直交する方向が拘束されていることから、ミーゼス降伏条件で材料が降伏するとき規格降伏応力を超える y 方向垂直応力が発生することを表す係数で、式(2)による。

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{1 - \nu_p + \nu_p^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = 1.15 \quad (2)$$

ν_p : 塑性状態におけるポアソン比で $\nu_p = 0.5$

式(1)より、面内応力の作用による全塑性モーメントへの影響は、面内応力が作用していないときの全塑性モーメント M_{P0} との比として、下式のように得られる。

$$\frac{M_P}{M_{P0}} = 1 - \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_Y} \right)^2 \quad (3)$$

要求板厚 t はこれの平方根に反比例するので、軸力が作用していないときの要求板厚 t_0 との比として、以下となる。

$$\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_Y} \right)^2}} \quad (4)$$

これをCSRの要求と併せて図2に示す。細破線のCSRは、式(4)よりもかなり大きい係数としていることがわかる。

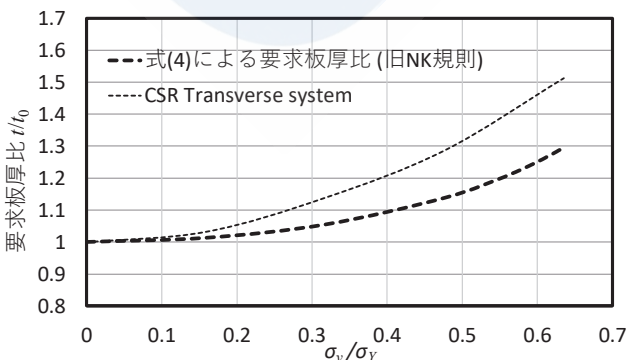


図2 面内応力による要求板厚比 (横式構造)

2.1.2 縦式構造

縦式構造では図1において防撓材に平行な方向に面内応力が作用し、曲げ応力と面内応力が直交する。旧NK規則ではトレスカの降伏基準により影響係数を定式化しているが、ここでは横式と合わせ、ミーゼス降伏基準を用いて影響係数を新たに導出する。

σ_{yu} を板上面の曲げ応力、 σ_{yl} を板下面の曲げ応力、 σ_x を x 方向に作用している面内応力とすると、板上面、下面に対するミーゼス降伏基準はそれぞれ下式となる。

$$\sigma_{yu}^2 - \sigma_{yu}(\sigma_x + \nu_p \sigma_{yu}) + (\sigma_x + \nu_p \sigma_{yu})^2 = \sigma_Y^2 \quad (5)$$

$$\sigma_{yl}^2 - \sigma_{yl}(\sigma_x + \nu_p \sigma_{yl}) + (\sigma_x + \nu_p \sigma_{yl})^2 = \sigma_Y^2 \quad (6)$$

次に、塑性関節形成時の σ_{yu} の範囲を板厚に対して η とすると、 y 方向の軸力がゼロとなる条件は、

$$\sigma_{yu} \cdot \eta t + \sigma_{yl} \cdot (1 - \eta)t = 0 \quad (7)$$

$$\therefore \sigma_{yu} = -\frac{1 - \eta}{\eta} \sigma_{yl} \quad (8)$$

式(8)を式(5)に代入し、 $\nu_p = 0.5$ を用いて整理すると、

$$\frac{3}{4} \left(\frac{1 - \eta}{\eta} \right)^2 \sigma_{yl}^2 + \sigma_x^2 = \sigma_Y^2 \quad (9)$$

一方、式(6)を変形すると、

$$\frac{3}{4} \sigma_{yl}^2 + \sigma_x^2 = \sigma_Y^2 \quad (10)$$

式(9)と式(10)が同時に満足するため、 $\eta = 1/2$ となり、式(8)より $\sigma_{yu} = -\sigma_{yl}$ となることがわかる。この意味を図3のミーゼス降伏曲線上で考える。軸応力 $\sigma_x (> 0)$ のみが作用している状態 (点A) から徐々に曲げを掛けていくと、下面が先に降伏する (点B) が、全断面降伏に至るまでに塑性化によってポアソン比が0.5に変化し、結局 σ_x の値に関わらず $\sigma_{yu} = -\sigma_{yl}$ となることがわかる。ただし、これは σ_x が保持される場合であって、実際には後述するように全断面降伏まで曲げを掛けていくとこの位置から σ_x が抜け、一点鎖線は左方に移動して σ_{yu}, σ_{yl} の絶対値は $\alpha \sigma_Y$ まで成長し得る。

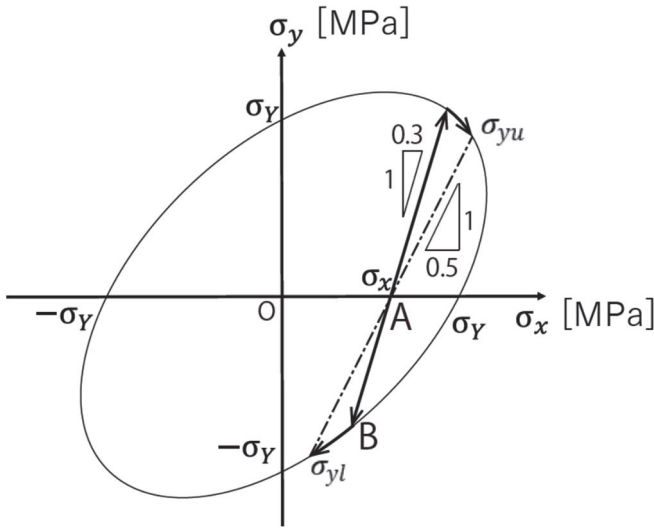


図3 縦式構造の板曲げに対するミーゼス降伏曲線

式(9), (10)を σ_{yl} について解くと,

$$\sigma_{yl} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{\sigma_Y^2 - \sigma_x^2} = \alpha \sqrt{\sigma_Y^2 - \sigma_x^2} \quad (11)$$

となるので, 全塑性モーメント M_P は,

$$M_P = \sigma_{yl} \cdot \frac{t}{2} \cdot \frac{t}{2} = \frac{\alpha \sigma_Y t^2}{4} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_Y}\right)^2} = M_{P0} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_Y}\right)^2}$$

$$\therefore \frac{M_P}{M_{P0}} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_Y}\right)^2} \quad (12)$$

要求板厚 t は式(12)の平方根に反比例し, 軸力が作用していないときの要求板厚 t_0 との比として, 以下となる。

$$\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\left\{1 - \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_Y}\right)^2\right\}^{1/4}} \quad (13)$$

式(13)による要求板厚比(赤実線)を, 旧NK規則(黒太破線), CSR(黒細破線)と比較して図4に示す。トレスカ降伏基準に基づくNK算式の面内応力影響は, 面内応力が $0.5\sigma_Y$ に至るまで無い一方, $0.5\sigma_Y$ を超えると急激に立ち上がる。CSRの面内応力影響は, 面内応力が $0.2\sigma_Y$ までは無く, その後は定式化は異なるものの式(13)に近い値となっている。

ミーゼス降伏基準により求めた全塑性モーメントへの面内応力影響およびそれに基づく要求板厚比の式を表1にまとめておく。

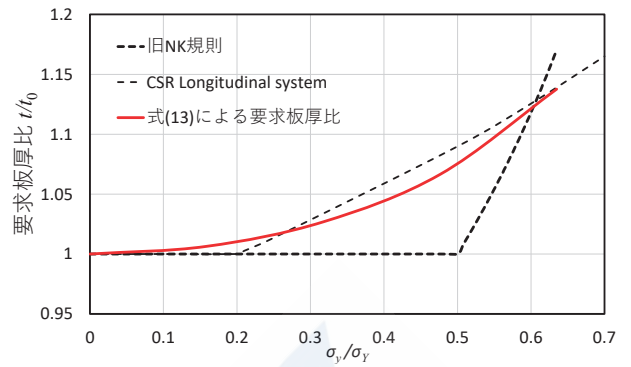


図4 面内応力による要求板厚比(縦式構造)

表1 全塑性モーメントへの面内応力影響

	強度変化率	板厚変化率(強度変化率の逆数の平方根)
横式構造 (板長辺に垂直に面内応力が作用)	$\frac{M_P}{M_{P0}} = 1 - \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_Y}\right)^2$	$\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_Y}\right)^2}}$
縦式構造 (板短辺に垂直に面内応力が作用)	$\frac{M_P}{M_{P0}} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_Y}\right)^2}$	$\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\left\{1 - \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_Y}\right)^2\right\}^{1/4}}$

2.2 面内応力に伴う付加面外荷重の影響

2.2.1 付加面外荷重を加味した定式化

横式構造の場合は面内応力に伴って付加的に発生する面外荷重の影響が顕著となる。この影響を定式化するため, 図5に示す引張軸力 N と一様分布荷重 w が作用する両端固定はりを考える。このとき, たわみ v に関する方程式は, 軸力に伴う付加面外荷重項 $N d^2v/dx^2$ を考慮し, ヤング係数を E , 断面二次モーメントを I として下式となる。

$$EI \frac{d^4v}{dx^4} = w + N \frac{d^2v}{dx^2} \quad (14)$$

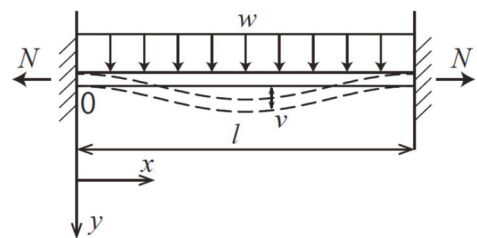


図5 引張軸力を受ける板の曲げ

この方程式を適切な境界条件のもと解くと, 2点塑性関節生成に必要な荷重 w_{2H-t} およびそのときのたわみ v_{2H-t} , 3点塑性関節生成に必要な荷重 w_{C-t} およびそのときのたわみ v_{C-t} が以下の通り求まる。

$$w_{2H-t} = \frac{2NM_p(e^{\beta l} - 1)}{EI(\beta l + \beta l e^{\beta l} - 2e^{\beta l} + 2)} \quad (15)$$

$$v_{2H-t} = \frac{w_{2H-t}l(1 - e^{\frac{\beta l}{2}})}{2\beta N(1 + e^{\frac{\beta l}{2}})} + \frac{w_{2H-t}l^2}{8N} \quad (16)$$

$$w_{C-t} = \frac{NM_p}{EI} \left(\frac{1 + e^{\frac{\beta l}{2}}}{1 - e^{\frac{\beta l}{2}}} \right)^2 \quad (17)$$

$$v_{C-t} = -\frac{M_p}{EI} + \frac{w_{C-t}}{N} \left(e^{\frac{\beta l}{2}} - 1 \right)^2 + \frac{w_{C-t}l^2}{8N} \quad (18)$$

ここに、 $\beta = \sqrt{\frac{N}{EI}}$

圧縮軸力が作用するときは、圧縮を正にとって式(14)の $N d^2v/dx^2$ の項の符号を反転した方程式を解き、2点塑性関節生成荷重 w_{2H-c} およびそのときのたわみ v_{2H-c} 、3点塑性関節生成荷重 w_{C-c} およびそのときのたわみ v_{C-c} は以下ようになる。

$$w_{2H-c} = \frac{2NM_p(-1 + \cos\beta l)}{EI(\beta l \cdot \sin\beta l - 2 + 2\cos\beta l)} \quad (19)$$

$$v_{2H-c} = \frac{w_{2H-c}l \cdot \sin\frac{\beta l}{2}}{2\beta N(1 + \cos\frac{\beta l}{2})} - \frac{w_{2H-c}l^2}{8N} \quad (20)$$

$$w_{C-c} = \frac{NM_p}{EI} \frac{1 + \cos\frac{\beta l}{2}}{1 - \cos\frac{\beta l}{2}} \quad (21)$$

$$v_{C-c} = \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{w_{C-c}}{N} - \frac{M_p}{EI} \right) \frac{1 - \cos\frac{\beta l}{2}}{\cos\frac{\beta l}{2}} - \frac{w_{C-c}l^2}{8N} \quad (22)$$

なお、両端単純支持はりとしてみたときのオイラー座屈荷重は $N_E = \pi^2 EI/l^2$ 、対応する β は $\beta = \pi/l$ であり、式(22)よりこのときたわみは発散することがわかる。

2.2.2 板曲げ強度に対する面内応力影響のパラメトリックスタディ

式(15), (17), (19), (21)を用い、面内応力が作用しているとき強度と面内応力が作用していないときの強度の比(2点・3点塑性関節生成荷重の比)を求めた。引張面内応力のときの結果を図6, 7、圧縮面内応力のときの結果を図8, 9に示す。計算にあたり、 $l = 800 \text{ mm}$, $E = 206,000 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 315 \text{ MPa}$ とした。黒破線は面内応力に伴う付加面外荷重の影響を考慮しないとき、すなわち式(3)による強度低下を示す。

図6, 7より、引張面内応力作用時には付加面外荷

重の影響により強度が上昇すること、その効果は板厚が薄いほど顕著であることがわかる。また、その効果は2点塑性関節生成より3点塑性関節生成で大きい。3点塑性関節荷重に関しては、板厚25~30mmのとき $0.5\sigma_Y$ 程度まで、板厚15mmのとき $0.8\sigma_Y$ 程度まで、ほとんど強度低下は見られない。

図8, 9より、圧縮面内応力作用時には付加面外荷重の影響により強度が低下すること、その効果は板厚が薄いほど顕著であることがわかる。2点塑性関節生成荷重は板厚20mm程度、3点塑性関節生成荷重は板厚25mm程度のとき、面内応力に対して強度がほぼ線形に低下する(赤実線)。板厚がそれ以下のとき強度がさらに下回るが、これらの板厚は実質的には座屈基準で別途増厚されるので、赤線が実質的な強度低下下限と考えられる。そこで、赤線の線形強度低下式、(強度比) = $1 - \sigma_y/\sigma_Y$ をベースとする要求板厚算式(23)が、圧縮面内応力が作用する横式構造における面内応力影響係数のひとつの目安となる。

$$\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_Y}}} \quad (23)$$

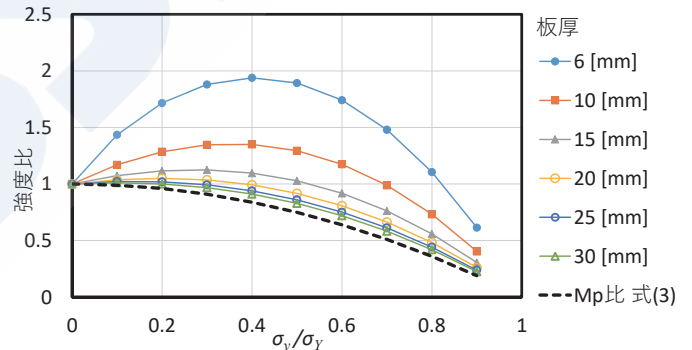


図6 2点塑性関節生成荷重比(引張面内応力)

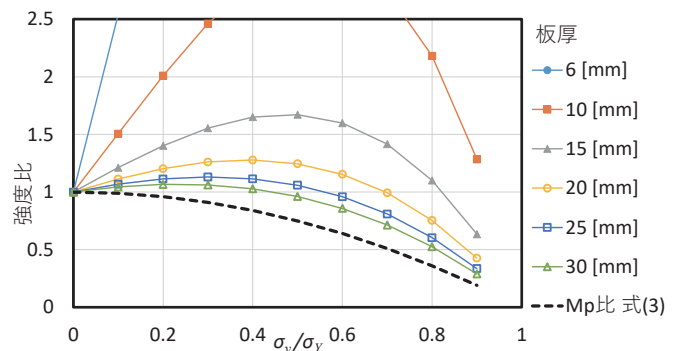


図7 3点塑性関節生成荷重比(引張面内応力)

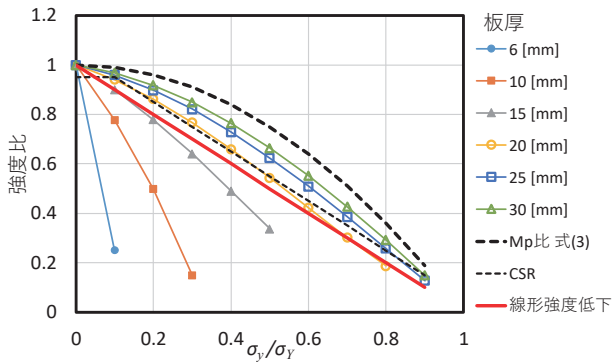


図8 2点塑性関節生成荷重比（圧縮面内応力）

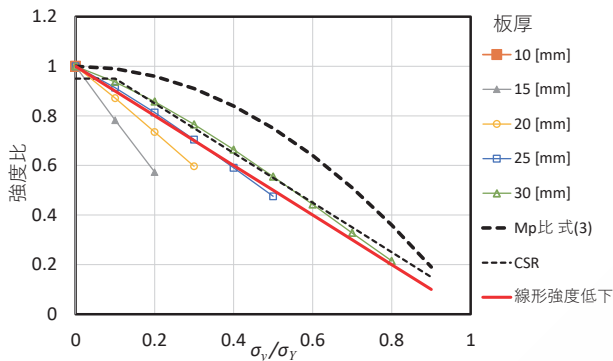


図9 3点塑性関節生成荷重比（圧縮面内応力）

2.3 弾塑性FEMによる理論式の検証

本節では、前節までで導出した理論式を弾塑性FEMにより検証する。図10にFEMモデルを示す。前節までの定式化に準じてアスペクト比影響を排除するため、800mm×8000mmの十分に細長いパネルとし、2ロングスペース×2トランススペースをモデル化した。長辺中央（点A）で応力・曲げモーメントを検出するためメッシュを要素辺長2.5mmとなるように細分割した。また、パネル中央（点B）で変位を検出する。解析はLS-DYNAの陰解法により、板厚方向積分点数6のBelytschko-Tsayシェル要素を用いた。ヤング係数206,000 MPa、ポアソン比0.3、接線係数0、降伏応力315MPaとした。無限に連続する防撓板をモデル化するため、境界条件は周期境界条件とした。荷重はまず種々の面内荷重を掛けた後に、所定の面外圧力まで荷重増分により負荷し、その後面外圧力、面内荷重ともに除荷した。その過程での点A、Bの応力、曲げモーメント、たわみや除荷後の残留たわみを観察した。

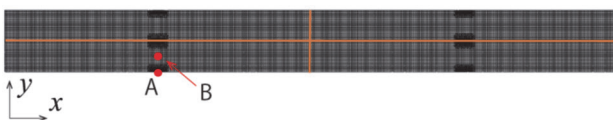
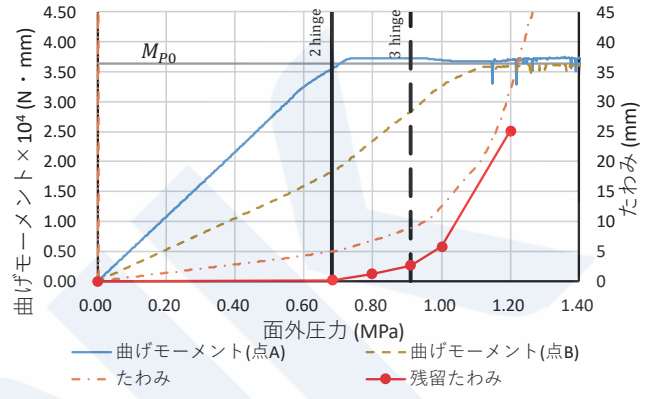


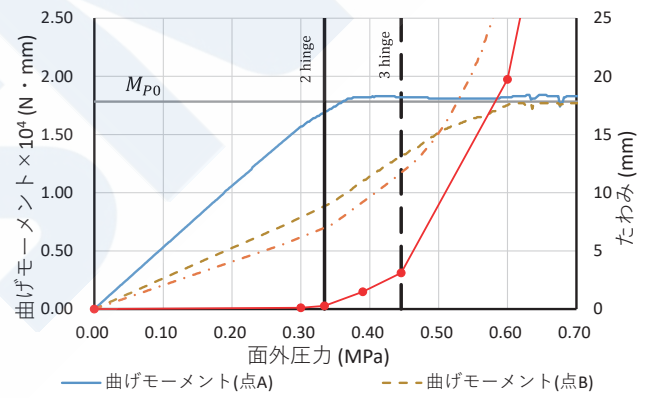
図10 解析モデル

2.3.1 面内応力無しの場合

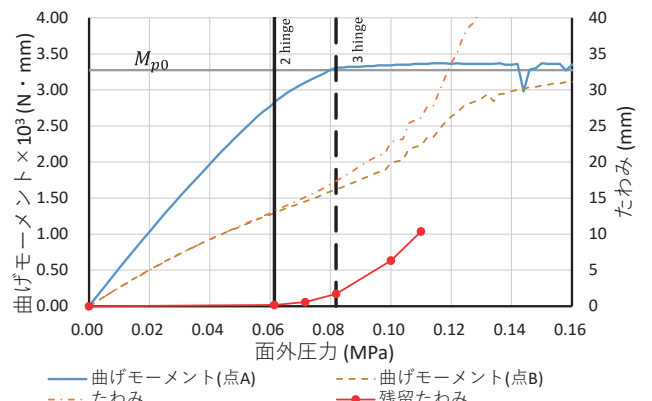
図11にそれぞれ板厚20mm, 14mm, 6mmについて、面外圧力増分に対する点A、Bの曲げモーメント、たわみと残留たわみの推移を示す。図中、2点塑性関節生成荷重を縦実線、3点塑性関節生成荷重を縦破線で示した。



(1) 板厚20mm



(2) 板厚14mm



(3) 板厚6mm

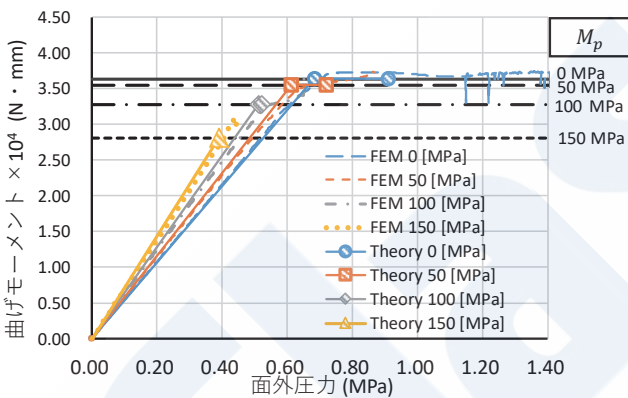
図11 面外圧力による曲げモーメントとたわみ推移

長辺中央（点A）の曲げモーメントは、全塑性モーメント M_{p0} において頭打ちになっており、その

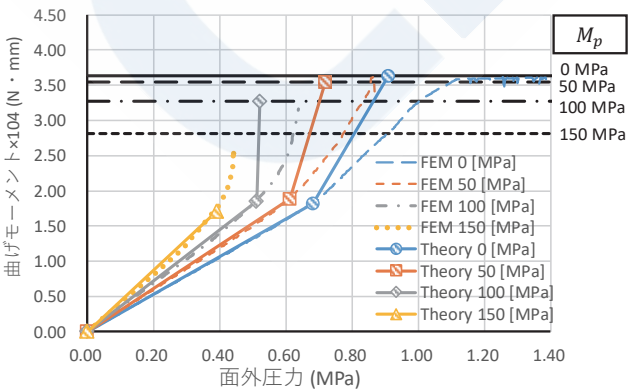
ときの面外圧力は板厚6mmのケースを除いておよそ計算上の2点塑性関節生成荷重と一致している。一方、パネル中央（点B）の曲げモーメントも M_{p0} において頭打ちになっているものの、 M_{p0} に達するには3点塑性関節生成荷重よりもかなり大きい荷重を要している。この傾向は特に板厚が薄いとき顕著で、さらに板厚6mmのときは2点塑性関節生成も若干遅れていることが観察される。これらは膜応力で面外荷重を保持した結果であり、2点塑性関節生成まではこの影響は小さいが、3点塑性関節生成においては無視できない影響を及ぼすことがわかる。残留たわみを観察すると、いずれの板厚においても2点塑性関節生成荷重より大きい負荷を掛けると、残留たわみが大きく成長し始めることがわかる。以上のことから後述する残留たわみクライテリアによる強度基準の策定においては2点塑性関節生成を基準にすることが妥当と思われる。

2.3.2 横式構造に面内応力が作用する場合

図12に圧縮面内応力が作用した場合、図13に引張面内応力が作用した場合の、それぞれ長辺中央（点A）およびパネル中央（点B）における曲げモーメントを示す。板厚は20mmである。

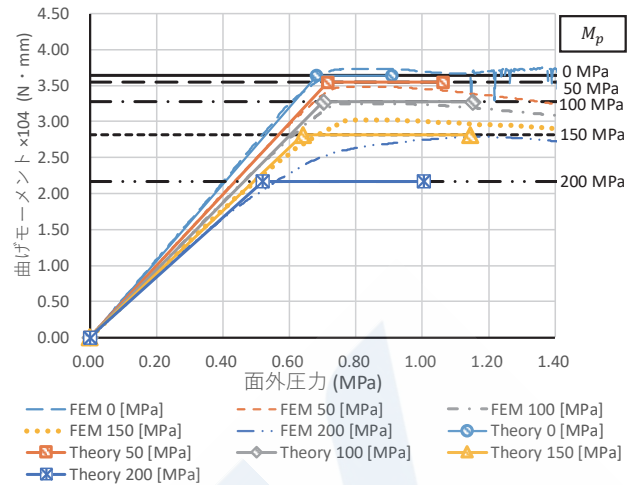


(1) 長辺中央（点A）

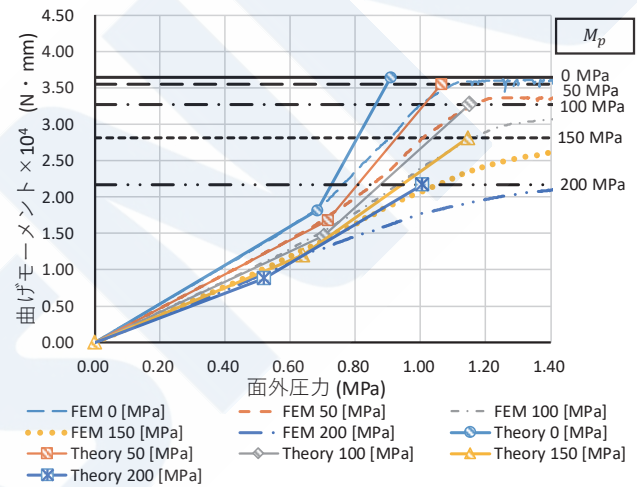


(2) パネル中央（点B）

図12 横式構造に圧縮面内応力が作用するときの曲げモーメント推移



(1) 長辺中央（点A）



(2) パネル中央（点B）

図13 横式構造に引張面内応力が作用するときの曲げモーメント推移

図中、FEM結果を破線・一点鎖線等で示し、前節で導いた理論計算結果を実線で示している。図中の数本の黒横線は、式(3)で得られるそれぞれの面内応力に対応した全塑性モーメントである。理論計算結果に付されているマーカーは、それぞれ式(15), (17), (19), (21)による2点塑性関節および3点塑性関節生成の位置である。FEMと理論式を比べると、2点塑性関節生成まではよく一致しているが、点Bの曲げモーメントに見られるようにその後は膜応力の影響により乖離している。圧縮面内応力が作用するとき、面内応力の増大に伴って付加面外荷重の影響によりグラフの傾斜が大きくなっている。これにより、面内応力に伴う全塑性モーメント M_p の低下と相まって、2・3点塑性関節生成荷重が大きく低下している。逆に引張面内応力が作用するとき、面内応力の増大に伴ってグラフの傾斜が小さくなっていく。この場合、傾斜が小さくなることによる強度上昇と M_p の低下による強度低下の兼ね合いで、

面内応力の増加に伴い一旦強度が上昇した後、低下に転じることがグラフからも観察される。

2.3.3 縦式構造に面内応力が作用する場合

次に、縦式構造に圧縮面内応力が作用するときの長辺中央（点A）における曲げモーメントの推移を図14に示す。数本の黒横線は、縦式構造に対応する式(12)で得られるそれぞれの面内応力に対応した全塑性モーメントである。横式構造に比べて全塑性モーメントに対する面内応力の影響は小さいので、式(3)に基づく図12、13と比べると面内応力による全塑性モーメントの減少量は小さい。縦式構造に対しては面内応力による付加面外荷重ははたらかないので、面内応力の大きさにかかわらず各線の傾きは一致している。図は省略するが、パネル中央（点B）においても、また引張面内応力が作用する場合においても面内応力の作用による差異がほとんど生じないことが観察された。

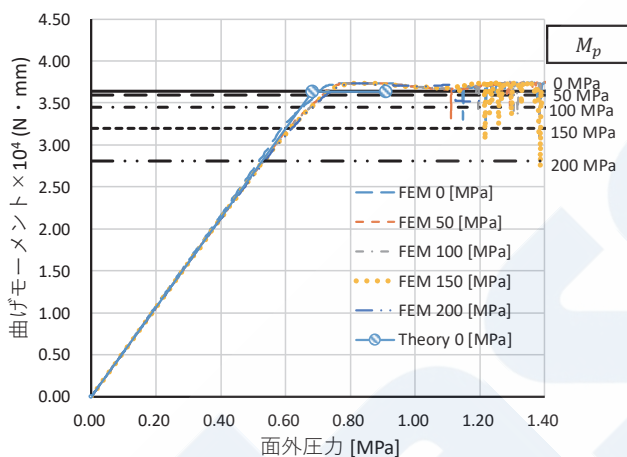


図14 縦式構造に圧縮面内応力が作用するときの長辺中央（点A）における曲げモーメント推移

図14の線が、各面内応力に対応する全塑性モーメントの横線に達したときに点Aに塑性関節が形成されると想定される。ところが、面内応力が作用している場合でも、FEMの曲げモーメントは対応する理論上の全塑性モーメントを突き抜けていることが観察される。これは実質的にこの断面では面内応力が作用しない場合の全塑性モーメントを支えることができ、縦式構造では強度への面内応力影響が非常に小さくなる可能性を示唆している。この理由を考察するため、引張面内応力200MPaが作用しているパネルに徐々に面外圧力を掛けたときの点Aの上面および下面の応力履歴を図15に示す。水色がx方向応力、オレンジ色がy方向応力、黒がミーゼス応力で、実線と破線がそれぞれ上面と下面の値を示す。

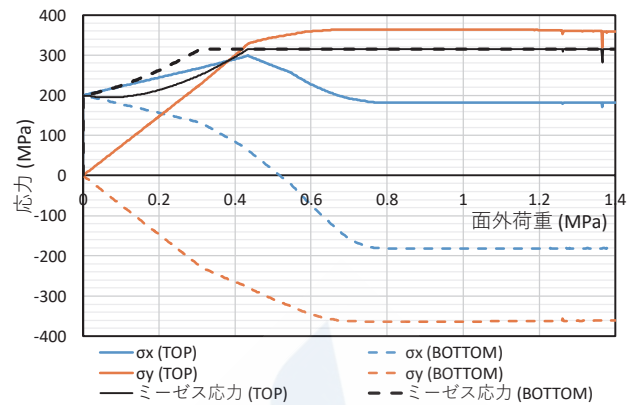


図15 点Aの表面応力状態の推移
(縦式・引張応力200MPa)

面外圧力を掛け始めると、y方向曲げ応力が上面・下面で逆向きに発生し、それにポアソン比0.3を掛けた分だけx方向応力が初期値200MPaから変化している。面外圧力0.31MPaで下面の降伏に伴い下面応力の傾きが変わり、次に面外圧力0.43MPaで上面が降伏し上面応力の傾きも変化している。さらに面外圧力を掛けていくと、面内応力が抜けてx方向応力が $v_p (= 0.5) \cdot \sigma_y$ に落ち着いて行く一方、 σ_y は降伏後も増大を続け、面外圧力がおよそ0.78MPaのとき $\alpha (= 1.15) \cdot \sigma_y$ に達する。この現象を図16のミーゼス降伏曲線上に示す。つまり、下面降伏（●点）、上面降伏（■点）後さらに面外圧力を掛けていくと、図3のようにx方向面内応力を保持しながらポアソン比が0.5に変化するのではなく、x方向面内応力が抜けていく方向に動いていることがわかる。

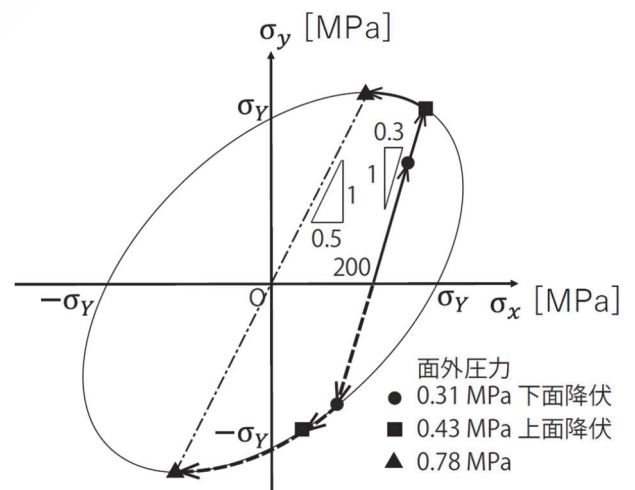


図16 縦式構造の板曲げに対するミーゼス降伏曲線
(FEM結果の応力推移)

このことは、非常に大きな面外荷重を掛けた場合には板曲げ強度に対する面内応力の影響は消失することを意味する。しかしながら、2点塑性関節生成時点（計算上0.527MPa）ではまだx方向面内応力

が抜けきっていないこと、2点塑性関節生成で残留たわみの増大が始まることから、板の強度基準を2点塑性関節生成に置くときには面内応力による全塑性モーメントの減少を考慮するのが妥当と考えられる。

3. 弾塑性FEMによる残留たわみ基準のシリーズ解析

Hughesら^{10) 11)}も指摘しているように、主として面外圧力を受ける板部材は膜応力の影響などによって非常に大きい最終強度を有しているの、設計基準としてはむしろ残留たわみのような保守性に基づく指標が有用である。そこで本章では、残留たわみを基準とする弾塑性FEMのシリーズ計算を実施し、板曲げ強度への面内応力影響を整理し、2章で導出した計算式と比較検討する。FEMモデルは2章で用いたものと同じものを用い、面内応力レベルごとに所定の残留たわみが残る面外圧力をFEMの繰り返し計算により求めた。2章で示したように、板厚によらず2点塑性関節生成に相当する荷重を超えると残留たわみが大きくなり始めることから、強度クライテリアとして2点塑性関節生成を基準とすることが妥当と考えられる。そこで、14mmの板に面内応力無しで2点塑性関節生成荷重を与えたときの残留たわみ0.26mmを、共通のクライテリアとして採用した。

3.1 横式構造の解析結果

図17に横式構造に面内圧縮応力が作用している場合の、残留たわみが0.26mmとなる板厚と面外圧力の関係を示す。面内応力が增大すると、同じ板厚に対して面外圧力が著しく低下し、同じ面外圧力に対して板厚が著しく増加することがわかる。横軸に面内応力を取り、面内応力が作用していない場合との強度比をプロットしたものを図18に示す。FEM結果は、図8に示した2点塑性関節生成荷重に関する強度比の理論値のグラフと一致した傾向を示していることがわかる。線形強度低下式（赤実線）はFEM結果を安全側にカバーしている。なお、参考までに残留たわみを4mmに設定して同様の計算をすると、面内応力の影響がより顕著になり、図9に示した3点塑性関節生成荷重に関する強度比の理論値のグラフにより近づく結果となった。図19に圧縮面内応力と要求板厚比の関係を示す。FEM結果の要求板厚比は旧NKの式(4)より大きく、CSR要求値の上下にばらついている。面外圧力が小さいとき（板厚が小さいとき）要求板厚比はCSR要求値より大きくなっているが、線形強度低下式（式(23)；赤

実線）がFEM結果を安全側にカバーしている。

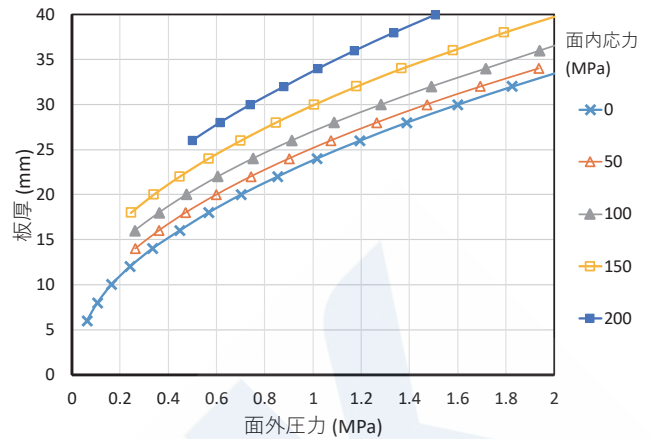


図17 板厚と面外圧力の関係（横式・圧縮面内応力）

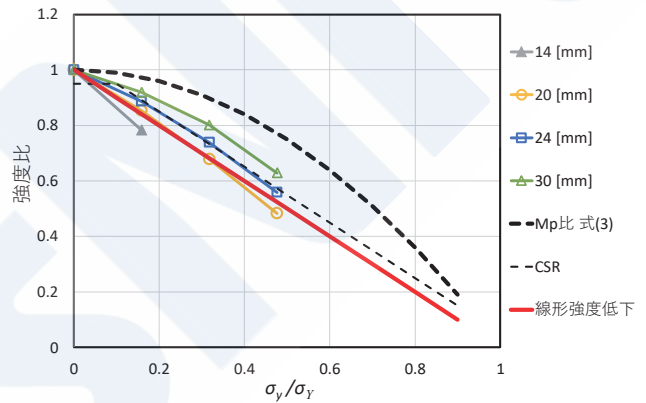


図18 圧縮面内応力と強度比の関係（横式）

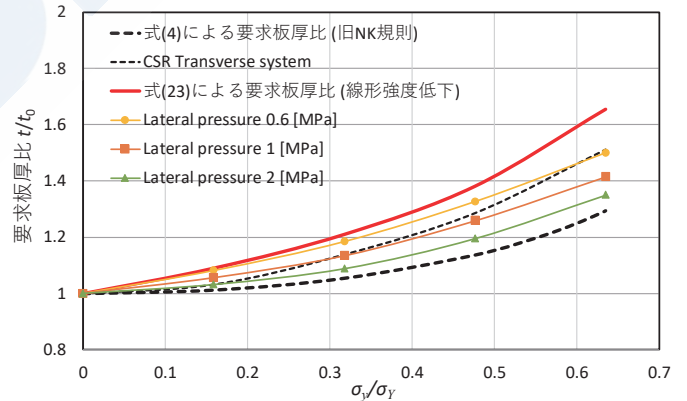


図19 圧縮面内応力と要求板厚比の関係（横式）

次に面内応力が引張である場合の同様の図を図20, 21, 22に示す。図20では面内応力の違いによる各線のばらつきが図17と比べて小さく、強度への引張面内応力の影響は小さいことがわかる。特に面外圧力が小さいとき、すなわち板厚が小さいときは、引張面内応力の作用により強度が上昇している範囲があることが観察される。面内応力が作用していない場合との強度比を示す図21は、図6に示した引張面内応力作用下の2点塑性関節生成荷重に関する強度比

の理論値のグラフと一致した傾向を示していることがわかる。この場合、旧NK規則で採用されているミーゼス降伏条件に基づく全塑性モーメント比（式(3)・黒太破線）がFEM結果を安全側にカバーしている。なお、参考までに残留たわみを4mmに設定して同様の計算をすると面内応力の影響がより顕著になり、図7に示した3点塑性関節生成荷重に関する強度比の理論値のグラフに近づく結果となった。図22の引張面内応力と要求板厚比の関係では、FEM結果の要求板厚比は、最も要求板厚比の小さい旧NK規則（式(4)・黒太破線）よりさらに下にあり、これがFEM結果を安全側にカバーしている。面外圧力が小さいとき（板厚が小さいとき）、引張面内応力により強度が上昇し、要求板厚比が1.0を下回っている。残留たわみ基準を4mmとした計算ではこの傾向はより顕著となり、ほぼすべてのケースで強度低下は観察されなくなる。しかしながら、残留たわみが成長し始める2点塑性関節生成に相当する0.26mm基準では図22のように明確な面内応力影響が観察されることから、この影響を無視することは危険側となる。

横式構造への圧縮と引張の面内応力の影響についてまとめると、圧縮面内応力の場合は線形強度低下による式(23)が、引張面内応力の場合はミーゼス降伏条件に基づく式(4)がFEM結果の要求板厚比を安全側にカバーしている。この場合、圧縮では板厚が厚いとき、引張では板厚が薄いときに安全余裕が大きくなる。

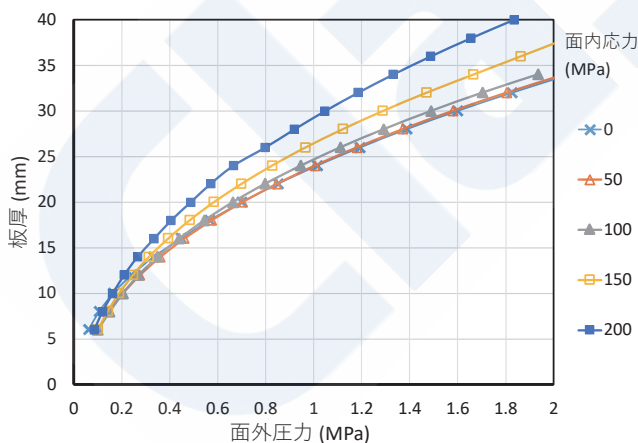


図20 板厚と面外圧力の関係（横式・引張面内応力）

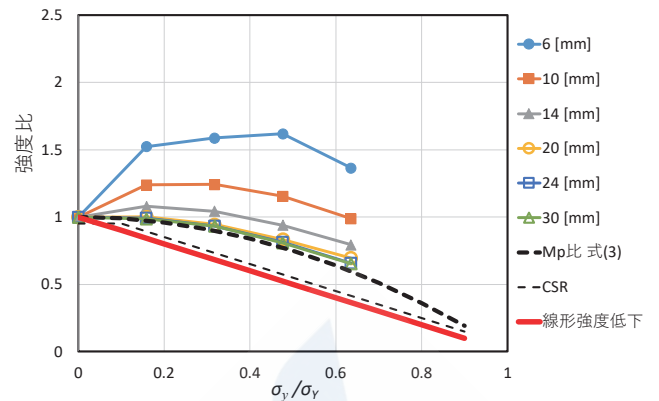


図21 引張面内応力と強度比の関係（横式）

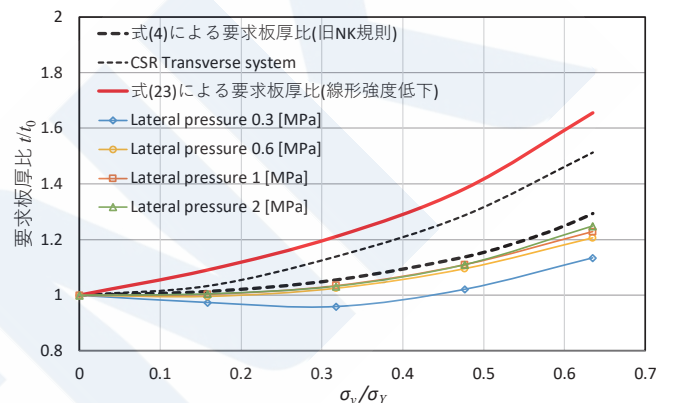


図22 引張面内応力と要求板厚比の関係（横式）

3.2 縦式構造の解析結果

縦式構造に圧縮面内応力が作用している場合の同様の図を図23, 24, 25に示す。図23に見られるように、面内応力影響はかなり小さいが、面外圧力のレベルにかかわらず同じように生じている。図24の強度比に示すように、旧NK規則は $0.5\sigma_Y$ まで、CSRは $0.2\sigma_Y$ まで面内応力影響を無視しているが、FEM結果は面内応力が小さい段階からわずかな減少傾向を示しミーゼス降伏基準に基づく式(12)（赤実線）が安全側にその傾向をよく表している。要求板厚比で整理した図25においても、ミーゼス降伏基準に基づく式(13)（赤実線）がFEM結果を安全側にカバーしている。

なお、引張面内応力の場合は圧縮の場合とほぼ同じ結果であった。また4mm残留たわみ基準でまとめると、面内応力影響がほぼ無視できるレベルまで小さくなった。これは2.3.3項で説明した、塑性関節生成箇所から面内応力が抜ける現象によるものと考えられる。

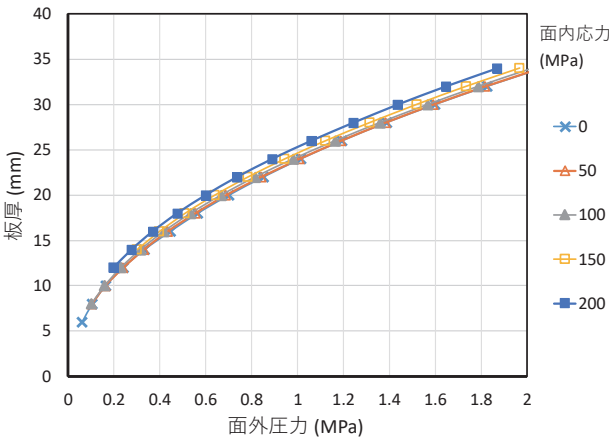


図23 板厚と面外圧力の関係（縦式・圧縮面内応力）

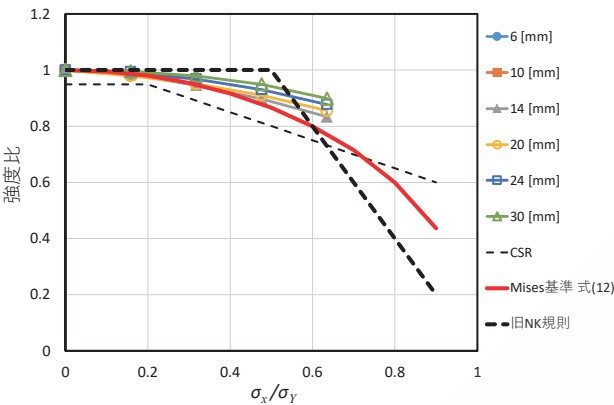


図24 圧縮面内応力と強度比の関係（縦式）

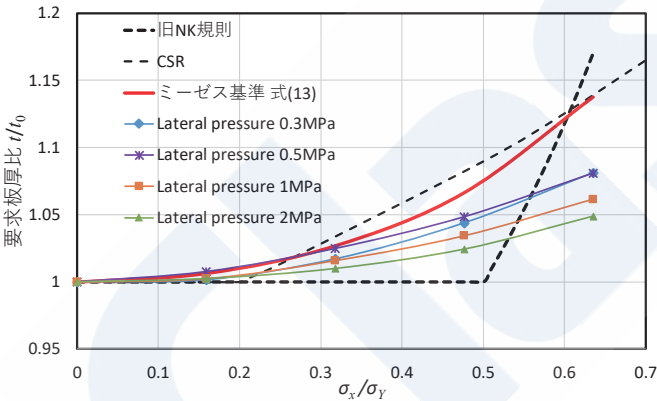


図25 圧縮面内応力と要求板厚比の関係（縦式）

3.3 面内応力係数のまとめ

以上の結果からFEM結果を安全側にカバーできる強度比と寸法算式（要求板厚比）のまとめを表2に示す。縦式構造の場合は面内応力と曲げ応力が直交する場合のミーゼス降伏基準（式(13)），横式構造引張の場合は面内応力と曲げ応力が同じ方向の場合のミーゼス降伏基準（式(4)），横式構造圧縮の場合は線形強度低下基準（式(23)）となる。

4. 面内応力とアスペクト比の複合影響

前章まででは板部材のアスペクト比が十分に大きい場合について検討し，縦式構造と横式構造で面内応力影響が大きく異なることを示した。アスペクト比が小さい場合にも同じ面内応力影響係数を適用すると，アスペクト比が1.0より大きいか小さいかで要求板厚が不連続となるという不合理が生じる。実際にはこのような場合，縦式構造と横式構造の中間的な面内応力影響を受けるものと考えられる。

一方，板部材のアスペクト比が小さいときの強度上昇を考慮するため，CSRなどでは寸法算式にアスペクト比補正係数を導入しているが，面内応力影響とは独立に扱われている。そこで本章では，面内応力影響係数を縦式構造と横式構造の間で合理的に補間する方法，およびアスペクト比補正係数と組み合わせた複合影響係数を検討する。

4.1 複合影響係数の導出

面内応力が作用する場合，縦式か横式か，また面内応力が圧縮か引張かによって表2の C_a の比で強度が低下する。これらの C_a の式はすべて，式(24)の形に一般化して表現することができる。そこで，式(24)中の α および β を縦式構造と横式構造の間で適切に補間することで，アスペクト比が小さい場合の面内応力影響を合理的に表すことを考える。

表2 面内応力影響係数（強度比）と要求板厚比

		適用基準	面内応力影響係数 C_a (強度比)	要求板厚比 t/t_0
縦式構造		面内応力と曲げ応力が直交する場合のミーゼス降伏基準	$\sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_y}\right)^2}$ (12)	$1 / \left(1 - \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_y}\right)^2\right)^{1/4}$ (13)
横式構造	引張	面内応力と曲げ応力が同じ方向の場合のミーゼス降伏基準	$1 - \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_y}\right)^2$ (3)	$1 / \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_y}\right)^2}$ (4)
	圧縮	線形強度低下基準	$1 - \frac{ \sigma_y }{\sigma_y}$	$1 / \sqrt{1 - \frac{ \sigma_y }{\sigma_y}}$ (23)

$$C_a = \left\{ 1 - \left(\frac{|\sigma_{BM}|}{\sigma_Y} \right)^{\alpha\beta} \right\} \quad (24)$$

ここに、 σ_{BM} は船体縦曲げ応力であり、本章では面内応力として船体縦曲げ応力のみを考えることとする。このようにおくと、アスペクト比が大きい場合、縦式構造では $\alpha = 2, \beta = 1/2$ 、横式構造では面内応力が引張のとき $\alpha = 2, \beta = 1$ 、面内応力が圧縮のとき $\alpha = 1, \beta = 1$ である。

次にアスペクト比補正係数に関して、前章での面内応力影響係数は2点塑性関節生成を基準としている。そこで、ここではアスペクト比補正係数を、板の弾性曲げ理論をベースに検討する。四周固定の有限アスペクト比の矩形板が等分布荷重を受ける場合の長辺中央と短辺中央における曲げモーメントの級数解¹²⁾を用い、短辺の長さが同一でアスペクト比 ∞ のときの要求板厚 t_{∞} との要求板厚比の近似式を、式(25)、(26)のように求めた。

$$C_{Aspect-L} = \min \left(1.07 - 0.28 \left(\frac{\min(l,s)}{\max(l,s)} \right)^2, 1 \right) \quad (25)$$

$$C_{Aspect-S} = \min \left(0.84 - 0.05 \left(\frac{\min(l,s)}{\max(l,s)} \right)^4, 0.828 \right) \quad (26)$$

ここに、 l は船体長手方向の辺長、 s は船体幅方向の辺長、 $C_{Aspect-L}, C_{Aspect-S}$ はそれぞれ長辺中央および短辺中央におけるアスペクト比影響による要求板厚比である。面内応力が作用していない場合は常に $C_{Aspect-L}$ の方が $C_{Aspect-S}$ よりも大きいので、 $C_{Aspect-L}$ をアスペクト比補正係数のベースとして採用する。

次に、これに対する面内応力影響を考える。縦式構造の場合、長辺中央よりも短辺中央に対する面内応力影響の方が大きくなるので、面内応力が大きい場合には短辺中央が先に塑性関節化することになる。縦式構造でアスペクト比が小さい場合について、面内応力に伴う付加面外荷重影響は小さいと考えて長辺中央について式(12)、短辺中央について式(3)で表される強度低下を考える。図26に、縦式構造でアスペクト比が0.5~1.0の範囲において、面内荷重ゼロ、アスペクト比 ∞ のときの要求板厚 t_{∞} との要求板厚比を示す。長辺中央の曲げに基づく要求板厚比を黒線、短辺中央の曲げに基づく要求板厚比を赤線で示した。また、破線は面内応力がゼロのとき(式(25)、(26))、実線は面内応力 $\sigma_{BM} = 0.5\sigma_Y$ が作用しているときの要求板厚比である。

アスペクト比が1.0に近づくにつれ、 t_{∞} に対する要求板厚比は式(25)にしたがって黒破線のように減少していき、アスペクト比1.0において長辺中央と短辺中央が同時に塑性関節化することになる。一方、面内応力が作用すると、短辺中央への影響の方が大きい結果、このケースではおよそ $s/l > 0.83$ のとき、短辺中央が先に塑性関節化することがわかる。以上のことから、式(24)の α, β について、アスペクト比が1.0のときに $\alpha = 2, \beta = 1$ となるように設定してみる。すると、アスペクト比1.0から縦式構造に変化していくときは、図26の二つの実線の包絡線を安全側に取った補間、横式構造に変化していくときは、面内応力が圧縮の時、アスペクト比1.0では考慮しない付加面外荷重影響が、 s/l が大きくなるにつれ現れる補間となる。

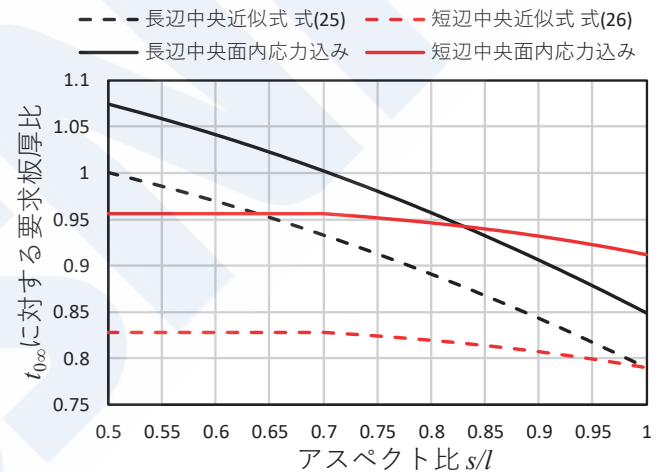


図26 アスペクト比と要求板厚比の関係

以上をもとに、 $s/l < 0.5$ に縦式構造の面内応力影響、 $s/l > 2.0$ に横式構造の面内応力影響を適用して、 $0.5 \leq s/l < 1.0$ 間、および $1.0 \leq s/l \leq 2.0$ 間において線形補間すると、 α, β を表3のように設定することができる。

表3 パラメータ α, β の補間

		面内応力	s/l	α	β
縦式構造	引張圧縮共通		$\frac{s}{l} \leq 0.5$	2	0.5
			$0.5 \leq \frac{s}{l} \leq 1$	2	$\frac{s}{l}$
横式構造	引張		$1 \leq \frac{s}{l}$	2	1
			$1 \leq \frac{s}{l} \leq 2$	$2 \frac{l}{s}$	1
	圧縮		$2 \leq \frac{s}{l}$	1	1

このようにおくと、面内応力影響係数とアスペクト比補正係数を組み合わせた複合影響係数は次式のように表すことができる。

$$\frac{t}{t_{0\infty}} = \frac{C_{Aspect-L}}{\sqrt{C_a}} = \frac{\min\left(1.07 - 0.28\left(\frac{\min(l,s)}{\max(l,s)}\right)^2, 1\right)}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{|\sigma_{BM}|}{\sigma_Y}\right)^{\alpha, \beta}\right\}}}$$

(27)

4.2 弾塑性FEMによるアスペクト比影響の検証

ここでは、3章と同様、各面外圧力レベルに応じて残留たわみ0.26mmを生じる板厚をFEMの繰り返し計算で求めた。FEMモデルは3章で用いたものと同様で、アスペクト比を変える際には短辺の長さが800mmを保持するようにした。

図27に面内応力がゼロの場合の要求板厚比に対するアスペクト比影響の計算結果を示す。横軸は s/l を対数スケールで表示しており、左半分が縦式構造、右半分が横式構造に対応する。黒破線は式(25)、赤実線はCSRによるアスペクト比影響である。FEM結果では、作用面外圧力が小さいほどアスペクト比影響が顕著に表れている。また、提案式(25)はFEM結果を安全側にカバーしている。CSRによる補正式は一部でわずかに危険側になっている箇所もあるが、全体にFEM結果とよく一致している。

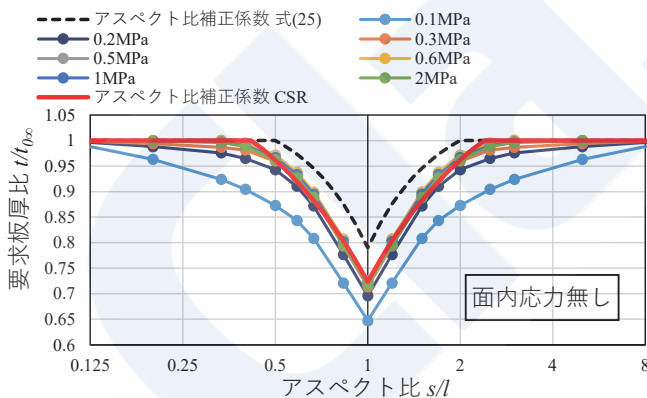


図27 面内応力無しの場合のアスペクト比影響

次に、面内応力が作用しているときのアスペクト比影響の計算結果を図28に示す。左の3つが圧縮面内応力の場合、右の3つが引張の場合である。面内応力の大きさは上から順に $0.3\sigma_Y$ 、 $0.5\sigma_Y$ 、 $0.7\sigma_Y$ である。面内応力が圧縮のとき、板厚が薄い場合に座屈により計算が続行できない場合があり、その結果は図に含まれない（特に横式構造で面内応力が大きく、面外圧力0.3MPa以下の場合など）。また、計算はで

きたが要求板厚に基づくオイラー座屈応力が面内応力を下回るものは三角のマーカー(▲)で示した。図中、黒の実線が面内応力影響を考慮しない式(25)による要求板厚比、黒の破線がこれに面内応力影響を加味した式(27)による要求板厚比である。

全体に黒破線はFEM結果を安全側にカバーしている。圧縮面内応力の場合に一部黒破線を上回っている結果があるが、これらはオイラー座屈応力を満足していないか(▲マーカー)もしくはそれに近いものであり、別途座屈基準でカバーされるべきものとする。縦式構造の $0.5 \leq s/l < 1.0$ 間で、特に面外圧力が小さいとき、アスペクト比が1.0に近づくにつれて一度大きくなる現象が観察される。縦式構造では面内応力に伴う付加面外荷重影響を無視しているが、アスペクト比が1.0に近い場合、実際には若干の付加面外荷重影響が生じることが原因と考えられる。面内応力が引張の場合の対応する箇所では、要求板厚比のグラフが反対側(下側)にずれていることから、このことが裏付けられる。以上より、圧縮面内応力では面外圧力が大きいとき、引張面内応力では面外圧力が小さいときかなり安全側の評価となるものの、提案式(27)は全体としてFEM結果を安全側に評価しており、妥当な基準と言える。

5. おわりに

本稿では鋼船規則C編の見直しに当たり、最も基本的な要素である板部材の局部強度算式に関して検討した主な内容を紹介した。この結果、理論式の裏付けがあり損傷との対応がより明確な寸法算式に見直していくという当初の目標は、ある程度達成されたと考える。

板部材の寸法算式は基本的なものでありながら様々な要因の影響を複雑に受けるものでもあり、主要な要因の影響を定量的に確認しつつ、できるだけ簡便な算式にまとめることが重要である。さらに2軸面内応力やせん断応力を受ける場合や、やせ馬などの初期不整がある場合など、より詳細な解析と、それらを規則算式がどのようにカバーしているかの検討などが、今後の課題である。

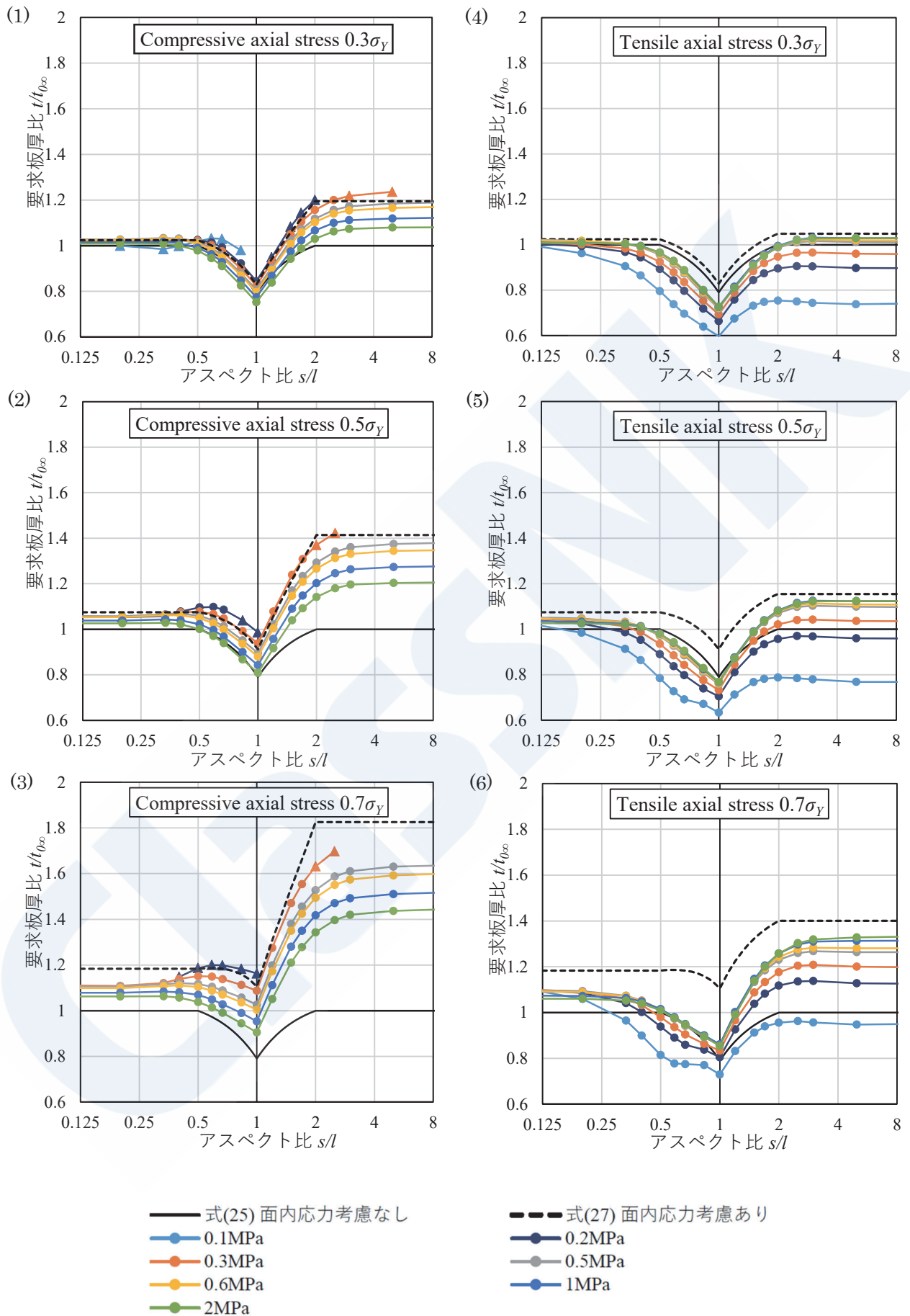


図28 面内応力作用時のアスペクト比と要求板厚比の関係

参考文献

- 1) Okumoto, Y., Takeda, Y., Mano, M., Okada, T.: Part II, Chapter 5 Design of plates, in Design of ship hull structures – A practical guide for engineers, Springer, 2009
- 2) 山本善之：弾性・塑性，朝倉書店，1961
- 3) Jones, N.: Plastic behavior of ship structures, Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers, pp.115-145, 1976
- 4) 日本海事協会：昭和55年鋼船規則及び検査要領の改正点の解説，日本海事協会会誌No. 172, 1980
- 5) 日本海事協会：昭和36年鋼船規則及び検査要領の改正点の解説，日本海事協会会誌No. 67, 1961
- 6) International Association of Classification Societies: Common structural rules for bulk carriers and oil tankers – technical background rule reference, 2020
- 7) Naruse, Y., Kim, M., Umezawa, R., Ishibashi, K., Koyama, H., Okada, T., Kawamura, Y.: Scantling evaluations of plates and stiffeners based on elasto-plastic analysis under axial loads and lateral pressures, In: Practical design of ships and other floating structures - proceedings of the 14th international symposium, PRADS2019, September 22-26, 2019, Volume II, Yokohama, Japan: Springer, pp. 100-127, 2021
- 8) Umezawa, R., Naruse, Y., Okada, T., Kawamura, Y., Ishibashi, K., Koyama, H.: A study on scantling formulae of plate members due to lateral pressure under the effect of axial loads, Marine Structures 80, 103099, 2021
- 9) Yamada, M., Okada, T., Naruse, Y., Kawamura, Y., Hayakawa, G., Ishibashi, K., Koyama, H.: Influence of plate aspect ratio on the axial load effect on the plate strength against lateral pressure, 15th International Symposium on Practical Design of Ships and Other Floating Structures, PRADS2022, Dubrovnik, Croatia, October 9th –13th, 2022
- 10) Hughes, O. F. et al.: Ship structural analysis and design, The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 2010
- 11) Hughes, O. F.: Design of laterally loaded plating – uniform pressure loads, Journal of Ship Research, 25(2), pp.77-89, 1981
- 12) Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S.: Theory of plates and shells, McGraw-Hill Book Company, New York, 2nd Edition, 1959